

УДК 537.531.3

Ионно-оптические свойства квадрупольных линз с конической апертурой

А. Г. Пономарев, Д. В. Магилин, В. И. Мирошниченко, А. А. Пономарева

Рассмотрены магнитная и электростатическая квадрупольные линзы, в которых радиус апертуры в продольном направлении изменяется по линейному закону. Полюсные накопечники имеют форму усеченных гипербол. Проведен расчет распределения градиента поля вдоль оптической оси в 3D-геометрии для длинных электростатической и магнитной квадрупольных линз. Получены аналитические зависимости для кардинальных элементов квадрупольных линз с конической апертурой. Проведено сравнение ионно-оптических свойств эквивалентных квадрупольных линз с конической и цилиндрической апертурами.

PACS: 41.85.-p; 41.85.Lc; 41.85.Gy

Ключевые слова: квадрупольная линза, пучок заряженных частиц, абберация, оптика.

Введение

Квадрупольные линзы, в которых образующие поверхности каждого из полюсов являются параллельными, имеют постоянный радиус апертуры в продольном направлении. Ионно-оптические свойства таких линз с круговой цилиндрической апертурой достаточно хорошо освещены в литературе [1, 2]. Так как квадрупольные линзы относятся к ионно-оптическим элементам с сильной фокусировкой, то они широко применяются в системах транспортировки высокоэнергетичных пучков заряженных частиц. В электронно-оптических системах основное применение квадруполей направлено на коррекцию аббераций.

Применение мультиплетов квадрупольных линз с цилиндрической апертурой для фокусировки пучков легких ионов с энергией в несколько мегаэлектронвольт для создания ядерного микрозонда рассмотрено в работе [3]. Одним из направлений в увеличении пространственного разрешения ядерных микрозондов является тенденция уменьшения рабочего расстояния квадрупольных зондоформи-

рующих систем [4]. Однако в силу того, что квадрупольная линза обладает фокусирующими свойствами лишь в одном поперечном направлении, для стигматической фокусировки на мишени необходимо иметь, как минимум, две линзы с взаимно инверсным направлением тока в катушках. Это приводит к значительному различию в коэффициентах уменьшения, либо при одинаковых коэффициентах уменьшения (т. н. антисимметричный квадруплет [5]) значительно увеличивается одна из сферических аббераций. Один из путей устранения такого дисбаланса — создание сложных квадрупольных зондоформирующих систем. Так, в работе [6] рассмотрена система с шестью квадрупольными линзами и тремя независимыми источниками питания линз. Альтернативным направлением является модификация квадрупольных линз.

В настоящей работе рассмотрены квадрупольные линзы с конической апертурой. Изготовление такого квадруполя с применением электроэрозионной вырезной технологии в настоящее время не представляет особенных сложностей, а введение дополнительного параметра в виде угла конусности апертуры позволяет эффективно управлять ионно-оптическими свойствами таких квадрупольных линз.

Поле квадрупольных линз с конической апертурой

Продольная геометрия квадрупольной линзы с конической апертурой представлена на рис. 1, а, в которой радиус апертуры r в продольном направлении z изменяется по закону

$$r(z) = r_0 + [R_0 - r_0](z - z_i)/L,$$

где L — длина линзы.

Пономарев Александр Георгиевич, ведущий научный сотрудник.

Магилин Дмитрий Владиславович, научный сотрудник.

Мирошниченко Валентин Иванович, зам. директора.

Институт прикладной физики Национальной академии наук Украины.

Украина, 40030, г. Сумы, ул. Петропавловская, 58.

E-mail: ponom@ipflab.sumy.ua

Пономарева Анна Александровна, аспирант.

Сумский государственный университет.

Украина, 40007, г. Сумы, ул. Римского-Корсакова, 2.

E-mail: ponomareva_a_a@pochta.ru

Статья поступила в редакцию 22 января 2010 г.

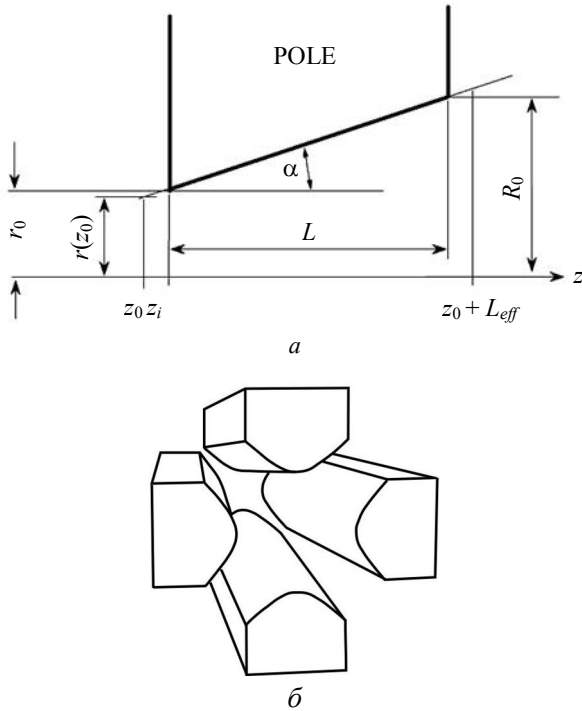


Рис. 1. Пространственные характеристики квадрупольной линзы:

a — продольная геометрия полюса квадрупольной линзы с конической апертурой; *b* — вид полюсов электростатической квадрупольной линзы, принятой для расчета поля

Для расчета поля в магнитной и электростатической квадрупольных линзах профили полюсов в поперечном сечении имели форму усеченных гипербол. Уравнение поверхностей гиперболической части для электростатической линзы задавалось уравнениями:

$$y = \pm \sqrt{x^2 + r_0^2} \pm (z - z_i) \frac{R_0 - r_0}{L};$$

$$x = \pm \sqrt{y^2 + r_0^2} \pm (z - z_i) \frac{R_0 - r_0}{L}.$$

Вид полюсов в этом случае представлен на рис. 1, *b*. Для магнитной квадрупольной линзы все

полюсы повернуты на 45° относительно продольной оси *z*. Расчет поля в электростатической квадрупольной линзе с конической апертурой проводился с применением численного кода Laplas-3D, разработанного в ИПФ НАН Украины, где заложен формализм метода интегральных уравнений для теории потенциала, изложенный в монографии В. П. Ильина [7]. Поле в магнитной квадрупольной линзе рассчитывалось с использованием коммерческого численного кода OPERA-3D [8] (лицензия № VF5496). На рис. 2, *a* приведено распределение градиента поля $W_2(z)$ на оси магнитной квадрупольной линзы, на рис. 2, *b* показано распределение градиента $U_2(z)$ на оси электростатической квадрупольной линзы с конической апертурой. Рассмотрены линзы с различными значениями длины *L* и радиусов апертуры на входе *r*₀ и выходе *R*₀. Для каждого из расчетных графиков градиента на рис. 2 приведена аналитическая зависимость в виде

$$g_n(z) = \frac{G_n}{[1 + b(z - z_i)]^2}, \quad n = 1, 2, \quad (1)$$

где $G_1 = \mu_0 \frac{2NI}{r_0^2} k$ — для магнитной квадрупольной линзы;

$$G_2 = -\frac{V}{r_0^2} \text{ — для электростатической квадрупольной линзы;}$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн — магнитная постоянная;

NI — количество ампервитков в возбуждающей катушке полюса;

*r*₀ — радиус апертуры на входе в линзу (см. рис. 1, *a*);

k — коэффициент, учитывающий физические свойства материала полюсов и ярма магнитной квадрупольной линзы;

V — потенциал полюса;

$$b = (R_0 - r_0) / (L r_0) = \text{tg}(\alpha) / r_0.$$

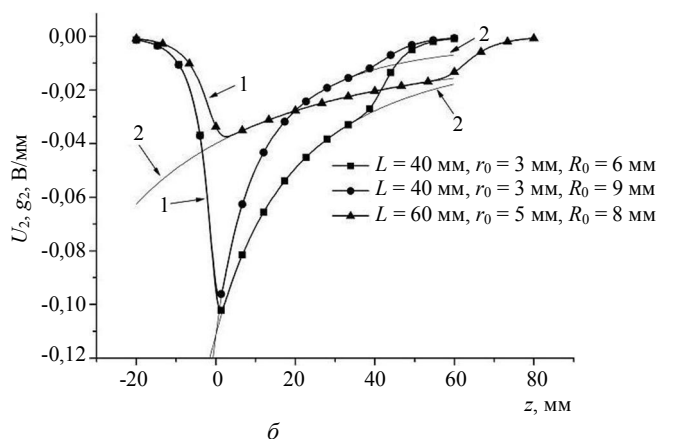
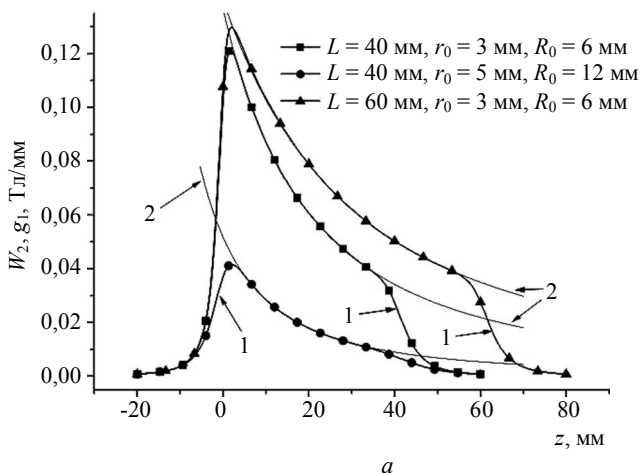


Рис. 2. Распределение градиента поля на оси квадрупольных линз с конической апертурой для различных значений длины линзы *L* и радиусов апертуры на входе *r*₀ и выходе *R*₀ линз:

a — на оси магнитной линзы; *b* — на оси электростатической линзы; 1 — расчетное распределение градиента для реальных форм полюсов; 2 — модельное распределение градиента (1)

Как видно из рис. 2, аналитическая зависимость (1) достаточно точно описывает распределение градиента поля на оси в середине магнитной и электростатической квадрупольных линз с конической апертурой.

Ионно-оптические свойства первого порядка квадрупольных линз с конической апертурой

Траекторные уравнения движения заряженной частицы в магнитной ионно-оптической системе с прямолинейной осью имеют вид:

$$x'' = \frac{q}{p}(y'B_z - B_y - x'^2 B_y + x'y'B_x)\sqrt{1+x'^2+y'^2};$$

$$y'' = \frac{q}{p}(B_x - x'B_z - x'y'B_y + y'^2 B_x)\sqrt{1+x'^2+y'^2}, \quad (2)$$

для электростатической ионно-оптической системы с прямолинейной осью аналогичные траекторные уравнения движения имеют вид:

$$x'' = \frac{q}{T}(E_x - x'E_z)(1+x'^2+y'^2);$$

$$y'' = \frac{q}{T}(E_y - y'E_z)(1+x'^2+y'^2), \quad (3)$$

где q, p, T — заряд, импульс и кинетическая энергия частицы, соответственно;

\vec{B}, \vec{E} — векторы магнитного и электрического полей, соответственно.

Для магнитной квадрупольной линзы скалярный магнитный потенциал w и скалярный потенциал u для электростатической квадрупольной линзы представляется в виде разложения в ряд с учетом четвертого порядка малости по поперечным координатам x, y в виде:

$$w(x, y, z) = -2W_2(z)xy + W_2''(z)(x^3y + xy^3)/6; \quad (4)$$

$$u(x, y, z) = U_2(z)(x^2 - y^2) - U_2''(z)(x^4 - y^4)/12, \quad (5)$$

где $2W_2(z), 2U_2(z)$ — градиенты поля на оси магнитной и электростатической квадрупольных линз, соответственно.

Подставляя выражения для магнитного и электростатического полей $\vec{B} = -\text{grad}(w)$ и $\vec{E} = -\text{grad}(u)$ для выражений (4), (5) в (1) и ограничиваясь третьим порядком малости по поперечным координатам, получим траекторные уравнения движения с учетом представлений:

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{p_0(1+\delta_p)} \approx \frac{1}{p_0}(1-\delta_p);$$

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0(1+\delta_T)} \approx \frac{1}{T_0}(1-\delta_T),$$

где δ_p, δ_T — отклонение от средней величины импульса и энергии для рассматриваемой частицы:
для магнитной квадрупольной линзы

$$x'' + f_1(z)x = f_1(z)x\delta_p + 1/12f_1''(z)x^3 - 3/2f_1'(z)xx'^2 + 1/4f_1''(z)xy^2 + f_1'(z)xyy' - 1/2f_1'(z)xy'^2 + f_1(z)x'y'y';$$

$$y'' - f_1(z)y = -f_1(z)y\delta_p - 1/12f_1''(z)y^3 + 3/2f_1'(z)yy'^2 - 1/4f_1''(z)x^2y - f_1'(z)xx'y + 1/2f_1'(z)x'^2y - f_1(z)xx'y'; \quad (6)$$

для электростатической квадрупольной линзы

$$x'' + f_2(z)x = f_2(z)x\delta_T + 1/6f_2''(z)x^3 + 1/2f_2'(z)x^2x' - f_2(z)xx'^2 - f_2(z)xy'^2 - 1/2f_2'(z)x'y^2;$$

$$y'' - f_2(z)y = -f_2(z)y\delta_T - 1/6f_2''(z)y^3 - 1/2f_2'(z)y^2y' + f_2(z)yy'^2 + f_2(z)yx'^2 + 1/2f_2'(z)y'x^2, \quad (7)$$

где $f_1(z) = 2W_2(z) \frac{q}{p_0}$;

$$f_2(z) = 2U_2(z) \frac{q}{T_0}.$$

Рассмотрим аналитическую модель зависимости градиента поля на оси магнитной квадрупольной линзы с конической апертурой с резкой отсечкой в виде:

$$f_n(z) = \beta_n^2 h(z) / [1 + b(z - z_i)]^2,$$

$$h(z) = \theta(z - z_0) - \theta(z - z_0 - L_{eff}), \quad n = 1, 2, \quad (8)$$

где $\theta(z)$ — ступенчатая функция;

$$\beta_1^2 = \mu_0 \frac{q}{p_0} \frac{2NI}{r_0^2} k;$$

$$\beta_2^2 = \frac{q}{T_0} \frac{V}{r_0^2};$$

L_{eff} — эффективная длина поля линзы, которая будет определена ниже.

Уравнения (6) и (7) в параксиальном приближении будут имеет одинаковый вид:

$$x'' + f_n(z)x = 0,$$

$$y'' - f_n(z)y = 0. \quad (9)$$

Первое уравнение имеет следующие фундаментальные решения:

при $b^2 > 4\beta_n^2$

$$\begin{aligned} x_1(z; z_i) &= [1 + b(z - z_i)]^{\gamma_1}, \\ x_2(z; z_i) &= [1 + b(z - z_i)]^{\gamma_2}, \\ \gamma_{1,2} &= \frac{1}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\beta_n^2}{b^2}} \right); \end{aligned} \quad (10)$$

при $b^2 = 4\beta_n^2$

$$\begin{aligned} x_1(z; z_i) &= \sqrt{1 + b(z - z_i)}, \\ x_2(z; z_i) &= \sqrt{1 + b(z - z_i)} \ln[1 + b(z - z_i)]; \end{aligned} \quad (11)$$

при $b^2 < 4\beta_n^2$

$$\begin{aligned} x_1(z; z_i) &= \sqrt{1 + b(z - z_i)} \cdot \sin\{v \cdot \ln[1 + b(z - z_i)]\}, \\ x_2(z; z_i) &= \sqrt{1 + b(z - z_i)} \cdot \cos\{v \cdot \ln[1 + b(z - z_i)]\}, \\ v &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4\beta_n^2}{b^2} - 1}, \end{aligned} \quad (12)$$

фундаментальные решения второго уравнения

$$\begin{aligned} y_1(z; z_i) &= [1 + b(z - z_i)]^{\tau_1}, \\ y_2(z; z_i) &= [1 + b(z - z_i)]^{\tau_2}, \\ \tau_{1,2} &= \frac{1}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{4\beta_n^2}{b^2}} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Соответствующие матрицы преобразования фазовых координат будут иметь вид:

$$\begin{pmatrix} x(z) \\ x'(z) \end{pmatrix} = \mathbf{r}_x(z; z_0; z_i) \cdot \begin{pmatrix} x(z_0) \\ x'(z_0) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{r}_x(z; z_0; z_i) = \mathbf{C}_x(z; z_i) \cdot \mathbf{C}_x^{-1}(z_0; z_i); \quad (14)$$

$$\begin{pmatrix} y(z) \\ y'(z) \end{pmatrix} = \mathbf{r}_y(z; z_0; z_i) \cdot \begin{pmatrix} y(z_0) \\ y'(z_0) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{r}_y(z; z_0; z_i) = \mathbf{C}_y(z; z_i) \cdot \mathbf{C}_y^{-1}(z_0; z_i), \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_x(z; z_i) &= \begin{bmatrix} x_1(z; z_i) & x_2(z; z_i) \\ x_1'(z; z_i) & x_2'(z; z_i) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C}_y(z; z_i) &= \begin{bmatrix} y_1(z; z_i) & y_2(z; z_i) \\ y_1'(z; z_i) & y_2'(z; z_i) \end{bmatrix}, \\ z_0 \leq z \leq z_0 + L_{eff}. \end{aligned}$$

Для построения модели поля с резкой отсечкой на входе и выходе из линзы необходимо определить величину эффективной длины поля линзы L_{eff} (см. рис. 1, а). Одним из подходов в определении L_{eff} является условие совпадения ионно-оптических свойств первого порядка для квадрупольной линзы с реальным и модельным распределением градиента поля. Эффективная длина поля определялась в виде $L_{eff} = L + s_1 r_0 + s_2 R_0$, где параметры s_1 и s_2 определялись из условия совпадения положения фокуса в x и y поперечных направлениях для реального и модельного распределений поля в линзе. Для различных значений длины линзы L , входного и выходного радиусов апертуры r_0 и R_0 ($r_0 < R_0$) параметры s_1 и s_2 имеют различные значения в пределах $0,50 \leq s_1 \leq 0,66$ и $0,58 \leq s_2 \leq 0,72$. Кардинальные элементы квадрупольной линзы с конической апертурой определяются через элементы матрицы преобразования $\mathbf{r}_x(z_0 + L_{eff}; z_0; z_i)$ и $\mathbf{r}_y(z_0 + L_{eff}; z_0; z_i)$.

Положение фокуса относительно геометрического центра линзы со стороны изображения:

$$z(F_{ix}) = z_0 + L_{eff} - r_{x11}(z_0 + L_{eff}; z_0; z_i) / r_{x21}(z_0 + L_{eff}; z_0; z_i) - L/2 - z_i,$$

$$z(F_{iy}) = z_0 + L_{eff} - r_{y11}(z_0 + L_{eff}; z_0; z_i) / r_{y21}(z_0 + L_{eff}; z_0; z_i) - L/2 - z_i,$$

фокусные расстояния:

$$F_{ix} = -1 / r_{x21}(z_0 + L_{eff}; z_0; z_i),$$

$$F_{iy} = 1 / r_{y21}(z_0 + L_{eff}; z_0; z_i);$$

координаты главных плоскостей:

$$z(H_{ix}) = z(F_{ix}) - F_{ix},$$

$$z(H_{iy}) = z(F_{iy}) + F_{iy}.$$

Фокусные расстояния со стороны объекта и изображения равны между собой, поэтому кардинальные точки расположены симметрично со стороны объекта и изображения.

Из вида соотношений (10)–(15) элементы матриц преобразования фазовых координат \mathbf{r}_x и \mathbf{r}_y зависят не только от эффективной длины линзы L_{eff} и возбуждения полюсов β , но также и от параметра b , который определяется углом конусности апертуры линзы α . На рис. 3 показана зависимость фокусных расстояний и координат главных плоскостей от угла α при неизменном значении тока в катушках $NI = 500$ А·виток. Свойства первого порядка могут изменяться при изменении угла конусности апертуры линзы.

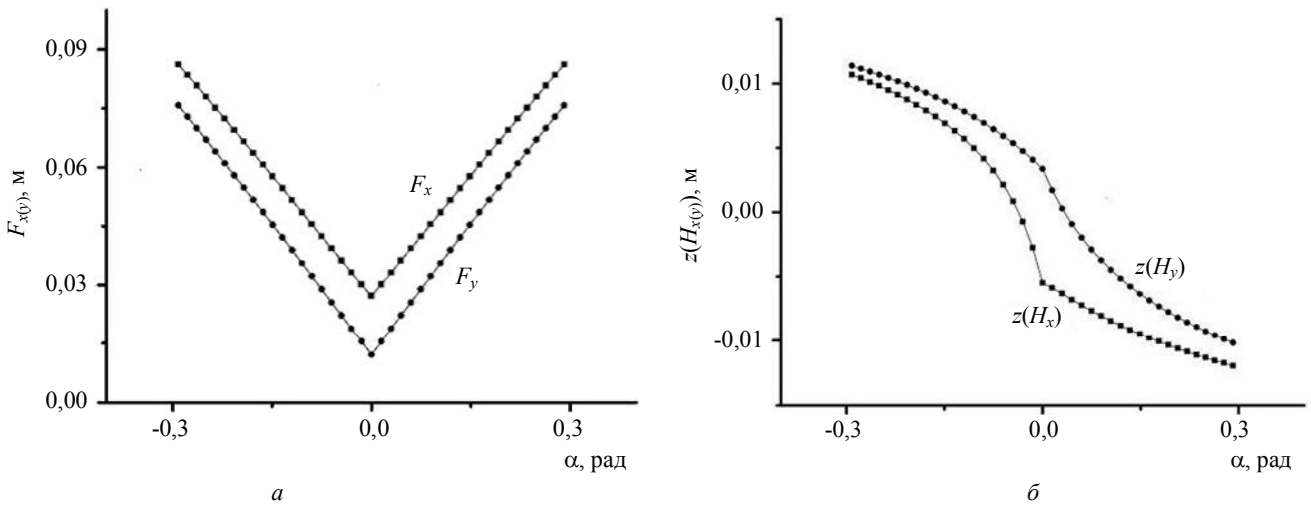


Рис. 3. Зависимости от угла конусности α апертуры магнитной квадрупольной линзы: а — фокусных расстояний F_x и F_y ; б — координат главных плоскостей $z(H_x)$ и $z(H_y)$

Аберрации квадрупольных линз с конической апертурой

Для вычисления аберраций магнитной квадрупольной линзы использован метод, изложенный в работе [9]. Здесь векторы линейно независимых функций

$$\Phi_x = \{\Phi_{xi}\} = (x, x', x\delta_p, x'\delta_p, x^3, x^2x', xx'^2, x'^3, xy^2, xyy', xy'^2, x'y^2, x'yy', x'y'^2)^T,$$

$$\Phi_y = \{\Phi_{yi}\} = (y, y', y\delta_p, y'\delta_p, y^3, y^2y', yy'^2, y'^3, yx^2, yxx', yx'^2, y'x^2, y'xx', y'x'^2)^T, \quad i = 1 \dots 14, \quad (16)$$

определяют базис некоторого подпространства в бесконечномерном пространстве фазовых моментов $\{x^i x'^j y^k y'^l \delta_p^m\}$. В этом подпространстве нелинейные уравнения (6) могут быть аппроксимированы системой линейных дифференциальных уравнений с третьим порядком малости по фазовым координатам (x, x', y, y') и вторым порядком, содержащим разброс по импульсу δ_p в виде:

$$\frac{d\Phi_{x(y)}}{dz} = P_{x(y)} \Phi_{x(y)}, \quad \Phi_{x(y)}(z_0) = \Phi_{x(y)0}, \quad (17)$$

где матрица P_x имеет блочный верхнетреугольный вид

$$P_x = \begin{bmatrix} P_{x11} & P_{x12} & P_{x13} & P_{x14} \\ \mathbf{0} & P_{x22} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & P_{x33} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & P_{x44} \end{bmatrix},$$

$$P_{x11} = P_{x22} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -f_1(z) & 0 \end{bmatrix}, \quad P_{x12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ f_1(z) & 0 \end{bmatrix},$$

$$P_{x13} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/12 f_1''(z) & 0 & -3/2 f_1(z) & 0 \end{bmatrix},$$

$$P_{x14} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 f_1''(z) & f_1'(z) & -1/2 f_1(z) & 0 & f_1(z) & 0 \end{bmatrix},$$

$$P_{x33} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 0 \\ -f_1(z) & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -2f_1(z) & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -3f_1(z) & 0 \end{bmatrix},$$

$$P_{x44} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ f_1(z) & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2f_1(z) & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -f_1(z) & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -f_1(z) & 0 & f_1(z) & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -f_1(z) & 0 & 2f_1(z) & 0 \end{bmatrix}.$$

Для поперечного направления y элементы матрицы P_y можно получить из матрицы P_x путем замены знака у функции $f_1(z)$ и ее производных.

В тех случаях, когда необходимо рассматривать эволюцию некоторого множества, а не одного лишь его элемента, эффективно перейти к нахождению матричной функции — матрицанта $R_{x(y)}(P_{x(y)}, z; z_0; z_i)$ уравнения (17) такого, что $\Phi_{x(y)}(z) = R_{x(y)}(P_{x(y)}, z; z_0; z_i) \Phi_{x(y)}(z_0)$, который позволяет вычислять эволюцию множества фазовых моментов. Тогда

$$\frac{dR_{x(y)}(P_{x(y)}, z; z_0; z_i)}{dz} = P_{x(y)}(z) \cdot R_{x(y)}(P_{x(y)}, z; z_0; z_i),$$

$$R_{x(y)}(P_{x(y)}, z_0; z_0; z_i) = I, \quad (18)$$

где I — единичная матрица.

Так как первые две координаты фазовых моментов (16) представляют собой фазовые координаты, то первые строки матрицантов $\mathbf{R}_{x(y)}(\mathbf{P}_{x(y)}, z; z_0; z_i)$ содержат коэффициенты уменьшения и абберации преобразования фазовых координат частицы из плоскости на входе в линзу z_0 в плоскость $z \leq z_0 + L_{eff}$. Матрицанты магнитной квадрупольной линзы с конической апертурой имеют такую же структуру, как матрица $\mathbf{P}_{x(y)}(z)$

$$\mathbf{R}_x(\mathbf{P}_x, z; z_0; z_i) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{x11} & \mathbf{R}_{x12} & \mathbf{R}_{x13} & \mathbf{R}_{x14} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{x22} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{R}_{x33} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{R}_{x44} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_{x11} = \mathbf{R}_{x22} = \mathbf{r}_x(z; z_0; z_i),$$

$$\mathbf{R}_{x33} = \begin{bmatrix} r_{x11}^3 & 3r_{x11}^2 r_{x12} & 3r_{x11} r_{x12}^2 & r_{x12}^3 \\ r_{x11}^2 r_{x21} & r_{x11}(r_{x11} r_{x22} + 2r_{x12} r_{x21}) & r_{x12}(r_{x12} r_{x21} + 2r_{x11} r_{x22}) & r_{x12}^2 r_{x22} \\ r_{x11} r_{x21}^2 & r_{x21}(r_{x12} r_{x21} + 2r_{x11} r_{x22}) & r_{x22}(r_{x11} r_{x22} + 2r_{x12} r_{x21}) & r_{x12} r_{x22}^2 \\ r_{x21}^3 & 3r_{x21}^2 r_{x22} & 3r_{x21} r_{x22}^2 & r_{x22}^3 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_{x44} = \begin{bmatrix} r_{x11} r_{y11}^2 & 2r_{x11} r_{y11} r_{y12} & r_{x11} r_{y12}^2 & r_{x12} r_{y11}^2 & 2r_{x12} r_{y11} r_{y12} & r_{x12} r_{y12}^2 \\ r_{x11} r_{y11} r_{y21} & r_{x11}(r_{y11} r_{y22} + r_{y12} r_{y21}) & r_{x11} r_{y12} r_{y22} & r_{x12} r_{y11} r_{y21} & r_{x12}(r_{y11} r_{y22} + r_{y12} r_{y21}) & r_{x12} r_{y12} r_{y22} \\ r_{x11} r_{y21}^2 & 2r_{x11} r_{y21} r_{y22} & r_{x11} r_{y22}^2 & r_{x12} r_{y21}^2 & 2r_{x12} r_{y21} r_{y22} & r_{x12} r_{y22}^2 \\ r_{x21} r_{y11}^2 & 2r_{x21} r_{y11} r_{y12} & r_{x21} r_{y12}^2 & r_{x22} r_{y11}^2 & 2r_{x22} r_{y11} r_{y12} & r_{x22} r_{y12}^2 \\ r_{x21} r_{y11} r_{y21} & r_{x21}(r_{y11} r_{y22} + r_{y12} r_{y21}) & r_{x21} r_{y12} r_{y22} & r_{x22} r_{y11} r_{y21} & r_{x22}(r_{y11} r_{y22} + r_{y12} r_{y21}) & r_{x22} r_{y12} r_{y22} \\ r_{x21} r_{y21}^2 & 2r_{x21} r_{y21} r_{y22} & r_{x21} r_{y22}^2 & r_{x22} r_{y21}^2 & 2r_{x22} r_{y21} r_{y22} & r_{x22} r_{y22}^2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_{x1k}(\mathbf{P}_x, z; z_0; z_i) = \int_{z_0}^z \mathbf{R}_{x11}(\mathbf{P}_x, z; \tau; z_i) \mathbf{p}_{x1k}(\tau) \mathbf{R}_{xkk}(\mathbf{P}_x, \tau; z_0; z_i) d\tau, \quad k = 3, 4. \quad (19)$$

При вычислении интегралов (19) учитывались особенности на краях поля, которые связаны с видом модельного распределения продольного градиента и его производных $f_1^{(r)}(z)$, выражаемые через импульсную функцию $\delta(\tau - X)$, т. е.

$$\int_{z_0}^z \varphi(\tau) \delta^{(r)}(\tau - X) d\tau = (-1)^r \varphi^{(r)}(X), \quad X \in [z_0, z].$$

Для вычисления матрицанта $\mathbf{R}_y(\mathbf{P}_y, z; z_0; z_i)$ необходимо сделать замену $x \leftrightarrow y$.

В иллюстративных расчетах абберационные интегралы (19) вычислялись численно. При расчетах параметры линзы с конической апертурой принимались следующими: значение эффективного тока в катушках $NI = 500$ А·виток, $L_{eff} = 0,041$ м, $\min(r_0, R_0) = 0,003$ м, $\max(r_0, R_0) = 0,015$ м. Параметры пучка: протоны с энергией 1 МэВ. Магнитная квадрупольная линза с цилиндрической апертурой, эквивалентная магнитному квадрупольно с кониче-

ской апертурой, определялась за счет выбора возбуждения полюсов β_c , которое соответствовало условию $\min[(F_x - F_{xc})^2 + (F_y - F_{yc})^2]$, где $F_{x(y)c}$ — фокусные расстояния эквивалентной магнитной квадрупольной линзы с цилиндрической апертурой. В этом случае свойства первого порядка обеих линз достаточно близки. На рис. 4 показаны отношения хроматических и сферических аббераций линзы с конической апертурой к соответствующим абберациям эквивалентной линзы с цилиндрической апертурой в зависимости от угла конусности α .

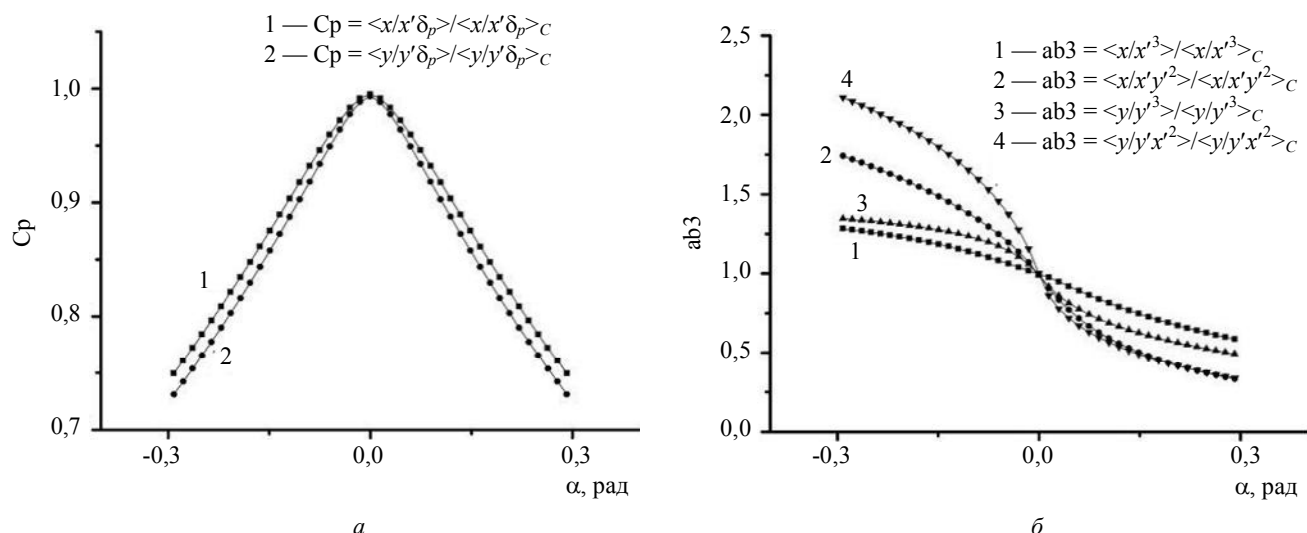


Рис. 4. Отношения aberrаций магнитной квадрупольной линзы с конической апертурой к соответствующим aberrациям эквивалентной магнитной квадрупольной линзы с цилиндрической апертурой в зависимости от угла конусности α : а — хроматические aberrации; б — сферические aberrации

Как видно из приведенных на этом рисунке графиков, хроматические aberrации уменьшаются с увеличением угла конусности. Однако сферические aberrации при больших положительных значениях α более чем в два раза меньше для линзы с конической апертурой, чем для эквивалентной линзы с цилиндрической апертурой. И наоборот, для отрицательных значений α сферические aberrации линзы с конической апертурой превышают aberrации линзы с цилиндрической апертурой.

Заключение

Рассмотрены электростатические и магнитные квадрупольные линзы с конической апертурой. На основании проведенных расчетов поля в 3D-геометрии показано, что распределение градиента поля на оси таких линз может быть представлено аналитической зависимостью. Такое представление распределения градиента позволяет получить аналитические решения параксиальных уравнений движения заряженных частиц в поле этих линз. Показано, что кардинальные элементы зависят от угла конусности апертуры. Рассмотрен подход в вычислении хроматических aberrаций и всех aberrаций третьего порядка для линз с конической апертурой. Сравнительный анализ хроматических и сферических aberrаций магнитной квадрупольной линзы с конической апертурой с соответ-

ствующими aberrациями эквивалентной магнитной квадрупольной линзы с цилиндрической апертурой показывает, что первая обладает меньшими хроматическими aberrациями при изменении угла конусности. Сферические же aberrации имеют меньшие значения у линзы с конической апертурой при положительных углах конусности, и наоборот, aberrации превосходят соответствующие aberrации эквивалентной линзы с цилиндрической апертурой при отрицательных значениях угла конусности.

Литература

1. Явор С. Я. Фокусировка заряженных частиц квадрупольными линзами. — М.: Атомиздат, 1968.
2. Hawkes P. W. Quadrupoles in electron lens design. Academic Press. — New York, 1970.
3. Grime G. W., Watt F. Beam optics of quadrupole probe-forming systems, Adam Hilger. — Bristol, 1984.
4. Melnik K. I., Magilin D. V., Ponomarev A. G. // Nucl. Instr. and Meth. B. 2009, doi:10.1016/j.nimb.2009.03.012.
5. Дымников А. Д., Фишкова Т. Я., Явор С. Я. // ЖТФ. 1965. Т. 35. Вып. 3. С. 431.
6. Думников А. Д., Rout B., Glass G. A. // Nucl. Inst. and Meth. B. 2007. V. 261. P. 447.
7. Ильин В. П. Численные методы решения задач электрофизики. — М.: Наука, 1985.
8. <http://www.vectorfield.co.uk>
9. Дымников А. Д., Осетинский Г. М. // Физика элементарных частиц и атомного ядра. 1989. Т. 20. Вып. 3. С. 694.

Ion-optical properties of quadrupole lenses with conical aperture

A. G. Ponomarev, D. V. Magilin, V. I. Miroshnichenko

Institute of Applied Physics of National Academy of Sciences of Ukraine,
58 Petropavlovskaya str., Sumy, 40030, Ukraine
E-mail: ponom@ipflab.sumy.ua

A. A. Ponomareva

Sumy State University, 2 Rimsky-Korsakov str., Sumy, 40007, Ukraine
E-mail: ponomareva_a_a@pochta.ru

Magnetic and electrostatic quadrupole lenses in which aperture radius is varied by linear law in the longitudinal direction are considered. Poles have truncated hyperbola form. The calculations of field gradient distribution along optical axes are carried out in the 3D-geometry for long electrostatic and magnetic quadrupole lenses. The analytical relations for cardinal elements of quadrupole lenses with conical aperture are given. The comparison of ion-optical properties of equivalent quadrupole lenses with conical and cylindrical apertures are carried out.

PACS: 41.85.-p, 41.85.Lc, 41.85.Gy

Keywords: quadrupole lens, charged particle beam, aberration, optics.

Bibliography — 9 references.

Received January 22, 2010